8. Kulish V.V., Kuleshov S.A., Lysenko A.V., Nonlinear self consistent theory of superheterodyne and parametric free electron lasers. //The International gournal of infrared and milimeter waves. -1993. -v.14, N3.
9. Кулиш В.В., Лысенко А.В. Метод усредненного кинетического уравнения и его применение в нелинейных задачах электродинамики. //Физика плазмы. -1993. -т. 19, N2. - с.216-228.
10. Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы-М,: "Высшая школа", 1978г.

Поступила в редколлегию 31 января 1994 г.

УДК 539.2

ДРОБНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ФРАКТАЛЬНОЙ СРЕДЫ

Олемской А.И., Флат А.Я.

Хорошо известны основные типы уравнений, представляющих различные режимы поведения конденсированной среды. Прежде всего это уравнение непрерывности, отражающее условие сохранения числа частиц этой среды. В рамках механического подхода колебательное поведение отражается либо уравнением колебаний, содержащим вторую производную по времени, либо волновым уравнением, содержащим вторые производные как по времени, так и по координате. При термодинамическом описании системы, определяемой гидродинамической модой, ее амплитуда (параметр порядка) может характеризоваться как реактивным, так и диссипативным режимами. В первом случае уравнение движения сводится к уравнению колебаний для несохраняющегося параметра порядка (ПП) и к волновому уравнению - для сохраняющегося. При переходе в диссипативный режим степень временной производной понижается до первой.

Хотя указанные уравнения описывают совершенно разные физические ситуации, в последнее время показано, что они могут плавным образом быть трансформированы одно в другое [1,2]. Так оказалось, что включение неидеальной памяти понижает степень временной производной ν в уравнении диффузии от 1 до О. Характерно, что если память включается в точках фрактального множества, то его размерность $0 \le D \le 1$ и показатель ν связаны равенством $\nu = 1 - D$ [2]. С другой стороны возможна также ситуация, когда выполняется соотношение $\nu = 1 + D$, и при трансформации фрактала в обычное континуальное множество (D=1) уравнение диффузии переходит в волновое [2]. Физическая картина такого перехода остается невыясненной .

В этой связи возникает вопрос: нельзя ли представить модель среды, уравнение движения которой содержит все перечисленные выше типы как частные случаи. В предлагаемой работе рассмотрена такая модель.

Будем исходить из уравнения непрерывности $\dot{\eta} + \nabla j = 0$ поля ПП $\eta(r, t)$, характеризуемого потоком j(r,t). В общем случае его величина связана с распределением химпотенциала $\mu(r, t)$ нелокальным образом. В рамках фурье-представления по координате и лапласовского представления по времени (учитываем условие причинности) эта связь сводится к равенству $j(k,z)=Q(k,z)\mu(k,z)$,где k - волновой вектор,z - комплексная чаотота.

Для определения зависимости функции памяти Q(k,z) от k рассмотрим простейшую одномерную модель среды в виде отрезка $0 \le x \le l$. Тогда поток на правой границе дается равенством

$$f(l)=\int_0^l Q(l-x)\mu(x)dx \ . \qquad (1)$$

Будем считать, что зависимость Q(x) принимает ненулевые значения только в точках канторовского множества, полученного из исходного отрезка [O,l] методом свертывания (см.[1]). В простейшем случае его суть сводится к делению исходного отрезка пополам и сжатию каждой из половинок в ξ^{-1} раз, где параметр подобия ξ ограничен условием $0 \le \xi \le 1/2$. При этом с целью сохранения интегральной меры памяти величина Q на каждом из полученных отрезков $[0, \xi l], [(1-\xi)l, l]$ должна умножаться на $(2\xi)^{-1}$. Далее указанная процедура N-кратно повторяется. В пределе $N \to \infty$ отрезок [0, l] сводится к канторовскому множеству, обладающему фрактальной размерностью $D = \ln 2 / \ln \xi^{-1}$ [1], которая принимает значения от O до 1 при изменении параметра подобия ξ в интервале [0,1/2]. Проводя выкладки типа изложенных в [2], легко показать, что фурье-образ Q(k) функции памяти Q(x) удовлетворяет функциональному уравнению

$$Q(x/\xi) = \tfrac{1}{2} Q(x), \ x = ikl(1-\xi), \ 0 \le \xi \le \tfrac{1}{2} \quad , \qquad (2)$$

где l играет роль характерного масштаба.

Это уравнение имеет решение

$$Q(x) = e^{-\alpha D} x^{-D}, \alpha \sim 1 \quad , \qquad (2а)$$

подстановка которого в уравнение непрерывности приводит к закону дисперсии

$$z = A_{-D} k^{1-D}, \ A_{-D} = i^{1-D} e^{-\alpha D} (1-\xi)^{-D} l^{1-D} \frac{d\mu}{d\eta} \quad . \qquad (2б)$$

При сведении фрактального множества к континууму (ξ=1/2) его размерность D=1, и соотношение (2б) отвечает уравнению Ландау-Халатникова для несохраняющегося ПП. В общем случае ξ<1/2 при уменьшении фрактальной размерности множества, в точках которого происходит упорядочение, наблюдается зануление длинноволновых гармоник, присущее сохраняющемуся ПП. Однако даже максимальное значение показателя 1-D, отвечающего пустому множеству (ξ=0), оказывается вдвое меньше показателя 2, присущего сохраняющемуся ПП.

Для повышения степени в законе дисперсии (2б) будем считать, что после перехода к пустому множеству, осуществленного в результате уменьшения параметра подобия ξ от 1/2 до O, ПП становится сохраняющимся. Затем, действуя методом, противоположным процедуре свертывания, увеличим фрактальную размерность до конечного значения D>0. Очевидно, это можно осуществить, уменьшая параметр подобия ξ от ∞ до конечного значения $\xi \ge 2$. При этом условии $\xi > 1$ как раз и означает, что мы не свертываем отрезки, а растягиваем их. Тогда функциональное уравнение (2) принимает вид

$$Q(\xi x) = 2 Q(\eta). \qquad (3)$$

Его решение $Q(x) = e^{\alpha D} x^{D}$ обладает положительным показателем, величина которого определяется теперь фрактальной размерностью

$$D = \frac{\ln 2}{\ln \xi}. \qquad (3а)$$

Соответственно закон дисперсии частично сохраняющегося ПП записывается в виде

$$z = A_D k^{1+D}, \ A_D = i^{1+D} e^{\alpha D} |1-\xi|^{D} l^{1+D} \frac{d\mu}{d\eta}. \qquad (4)$$

Как видно из (2б), его отличие от случая сохраняющегося ПП сводится к замене знаков величин D, ξ-1. Согласно (3а) это отражает переход от сжатия ($\xi<1$) к растяжению ($\xi>1$) при построении фрактала.

Таким образом, если принять, что параметр подобия ξ определен в областях (O,1/2],[2,∞), то закон дисперсии (4) будет охватывать оба случая - как несохраняющегося (D<0), так и сохраняющегося (D>0) ПП. Переход между предельными ситуациями осуществляется за счет плавного изменения параметра подобия ξ: при ξ=1/2, D=-1 имеем полное несохранение ПП, уменьшение ξ до значений $0<\xi<\frac{1}{2}$ частично нарушает условия несохранения, приводя к росту фрактальной размерности в интервале -1<D<0 и повышая показатель в законе дисперсии (4); на пустом канторовском множестве (D=0) совершаем переход от несохраняющегося ПП ($\xi\to 0$) к сохраняющемуся ($\xi\to\infty$); уменьшение параметра подобия в интервале $2<\xi<\infty$ (0<D<1) обеспечивает рост числа каналов сохранения ПП, увеличивая показатель в законе дисперсии (4); при полном сохранении ПП (ξ=2,D=1) получаем, как и следовало, $z \propto k^2$.

Легко сообразить, что представленное изменение порядка пространственной производной может быть перенесено и на временную. Действительно, как показано в [2], включение памяти относительно обращения времени t→-t в уравнении движения частицы приводит к замене показателя частоты z в (4) на 1-D_0, где D_0 - размерность фрактального множества на оси времени, в точках t которого включается механическая память. При этом само множество представляется преобразованием подобия (2), где роль аргумента играет величина $\xi = z\tau(1-\xi_0)$, а параметр $0\le\xi_0\le\frac{1}{2}$. Переход из области сжатия $\xi_0\le\frac{1}{2}$ в область растяжения $\xi_0\ge 2$, отвечающую функциональному уравнению (3), осуществляется на пустом множестве (D_0=0) и означает замену корпускулярной памяти на волновую. Последняя усиливается с уменьшением параметра подобия ξ_0>1, принимая идеальный характер в точке ξ_0=2. При этом показатель частоты z в (4) принимает значение 2, присущее волновому уравнению.

Таким образом, в общем случае частичного несохранения/сохранения ПП и наличия неидеальной памяти частицы/волны закон дисперсии одномерной фрактальной среды принимает вид

$$z = c^{\frac{1}{1+D_0}}(ik)^{\nu};\ \nu = \frac{1+D}{1+D_0}, \tag{5}$$

$$c = \frac{\alpha^{D}|\xi-1|^{D}l^{1+D}}{\alpha_0^{D_0}|\xi_0-1|^{D_0}\tau^{1+D_0}}\frac{d\mu}{d\eta},\ \alpha_0,\ \alpha\sim 1,$$

где l, τ- характерные масштабы пространства-времени, зависимость размерности D_0 от параметра ξ_0 определяется тем же равенством (3а), что и для пространственной компоненты D(ξ). Соответственно дробно-дифференциальное уравнение движения записывается в виде[1)]

$$\frac{d^{1+D_0}\eta}{dt^{1+D_0}} + i^{1+D}\frac{d^{1+D}(c\eta)}{dx^{1+D}} = 0\ . \tag{6}$$

В линейном приближении $\mu\alpha\eta$ и костанта может быть вынесена за знак производной.

[1)]В d-мерном случае второе слагаемое в (6) заменяется суммой слагаемых, каждое из которых характеризуется масштабом l_i, фрактальной размерностью D_i, параметром подобия ξ_i и константой $\alpha_i\sim 1$, где i=1,... ,d.

Легко видеть, что в предельных случаях целых значений пространственно-временных размерностей D_0,D линеаризованное уравнение (6) охватывает основные режимы эволюции среды. Так в случае $D_0=1$ оно описывает волновое движение при $D=1$, однородные колебания при $D=-1$ и локализованные при $D=0$ (соответственно, константа c равна квадрату скорости волны, квадрату частоты колебаний и произведению размера области локализации на частоту колебаний). В случае $D_0=0$ имеем уравнение Ландау-Халатникова для сохраняющегося ($D=1$) и несохраняющегося ($D=-1$) ПП и уравнение бегущей волны ($D=0$) (в первом случае постоянная c сводится к коэффициенту диффузии, во втором - к обратному времени релаксации, в третьем - к скорости волны). И наконец, в статическом случае $D_0=-1$ получаем уравнение Пуассона при $D=1$, условие равновесия системы при $D=-1$ и уравнение типа дебаевского экранирования при $D=0$ (соответственно, величина c сводится к квадрату радиуса локализации, обратной восприимчивости $\frac{d\mu}{d\eta}$ и радиусу экранирования) .

SUMMARY

The motion equation of fractal media with the nonideal memory and partial (non)conserving order parameter is obtained.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Олемской А.И., Флат Ф.Я. Использование концепции фрактала в физике конденсированной среды // УФН, 1993, 163, №12, с. 1-50.
2. Нигматуллин Р.Р. Дробный интеграл и его физическая интерпретация// ТМФ, 1992, 90, №3, с. 354-368.

Поступила в редколлегию 12 мая 1994 г.

УДК 621.039.531.

ТЕРМОДЕСОРБЦИЯ ДЕЙТЕРИЯ ИЗ ПИРОУГЛЕРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Федоренко А.И., Коваленко И.А., Ханбеков Р.Г.*, Рыбалко В.Ф. **

** Институт ядерной физики АН Узбекистана,*
*** Харьковский физико-технический институт*

ВВЕДЕНИЕ

Изучению процессов термоактивированной десорбции дейтерия, имплантированного в различные конструкционные материалы, посвящено много работ [1-5]. Это обусловлено ключевой ролью взаимодействия дейтерия с поверхностью материалов конструкций в установках термоядерного синтеза. Особый интерес представляет исследование изменений свойств углеграфитовых материалов при воздействии дейтериевой плазмой.

В работах [3,4] рассматривался вопрос термодесорбции дейтерия из графита МПГ-8 и пирографита. Показано [4], что при низкотемпературной термодесорбции пики на спектрограммах появляются только у графита МПГ-8. В работе [3] по спектрам термодесорбции были построены зависимости относительного количества дейтерия, удерживаемого при данной температуре в материале, от общего количества дейтерия,